

Aterros sobre solos moles enrijecidos com CPR Grouting: análise simplificada

Alessandro Cirone

Engenheiro Geotécnico e Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, alessandro@engegraut.com.br

RESUMO: Este estudo apresenta modelo de cálculo do recalque de aterros sobre solos moles enrijecidos com CPR Grouting, com base tanto nos parâmetros da condutividade hidráulica vertical do meio drenante artificial imposto, quanto da compressibilidade do solo. Introduce-se o conceito de condutividade vertical fictícia, para representar a contribuição dos drenos, reconduzindo-se o problema do fluxo a uma análise unidimensional. Em seguida, estima-se a compressibilidade equivalente do solo enrijecido com bulbos de compressão, expandidos com geogROUT, observando que o conjunto solo + bulbos pode ser assimilado a um meio homogêneo, onde o solo mole é a matriz e os bulbos são o reforço. O efeito do confinamento é interpretado com o incremento da tensão média efetiva, estimada utilizando-se o modelo Cam Clay Modificado. O coeficiente de adensamento equivalente é calculado de acordo com sua definição, considerando-se a condutividade hidráulica e a compressibilidade edométrica anteriormente calculadas.

PALAVRAS-CHAVE: homogeneização, drenos, adensamento, CPR Grouting.

1 INTRODUÇÃO

O método de cálculo do recalque de aterros sobre solos moles enrijecidos com CPR Grouting é, comumente, feito com base no método desenvolvido por Priebe (1995), o que não é 100% preciso, já que, originalmente, foi idealizado para colunas de brita, associado a critérios e hipóteses empíricas desta tecnologia. Mesmo assim, as duas tecnologias apresentam grandes diferenças.

Como o meio geotécnico necessita de um modelo específico de cálculo para a aplicação do CPR Grouting, o presente trabalho propõe um método teórico de cálculo inovativo, para prever o comportamento do solo mole submetido às particularidades do CPR Grouting, permitindo dimensionar, de forma rápida e precisa, o enrijecimento a ser executado, além de representar um *benchmark* para análises numéricas mais detalhadas.

Mello (2013) evidenciou a necessidade de estabelecer um modelo teórico específico para o CPR Grouting, sugerindo adaptar o modelo de outra modalidade de grouting, o Compaction Grouting (El Kelesh et al., 2001), metodologia de grouting específica para solos arenosos. O

autor evidenciou, de maneira correta, que pelo uso de geodrenos no processo executivo do CPR Grouting, faz-se necessário integrar a teoria do adensamento radial (Barron, 1948; Hansbo, 1981).

2 ADENSAMENTO COM GEODRENOS E PERMEABILIDADE EQUIVALENTE

A célula unitária do CPR Grouting possui, em seu contorno, uma série de drenos que podem ser assimilados a uma parede contínua cilíndrica drenante (Figura 1). Esta simplificação foi proposta, inicialmente, por Indraratna et al. (2008), de modo a derivar uma solução analítica para drenos verticais sob aterros circulares, sendo melhorada mais tarde por Ye et al. (2012) para o adensamento de colunas de solo-cimento com drenos ao redor. Nesta transformação, no interior da célula unitária, introduz-se uma permeabilidade horizontal equivalente, k'_h , a fim de ter em conta o efeito dos vários drenos presentes em seu contorno.

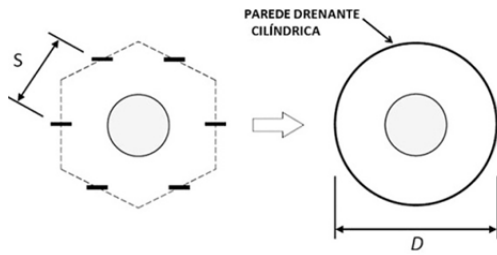


Figura 1. Os drenos são transformados em uma parede cilíndrica drenante (Ye et al., 2012).

Para maior clareza, o desenvolvimento é sucintamente desenvolvido a seguir. De acordo com Indraratna et al. (2008), as principais hipóteses da solução de Hansbo (1981) são válidas, exceto para a resistência dos drenos que é desconsiderada. Supõe-se, também, que a parede drenante possui espessura desprezível.

Considera-se um volume de controle em forma de disco de raio r e altura dz , cujo esquema de fluxo é mostrado na Figura 2. O balanço de massa pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\Delta V = (Q_{z,in} - Q_{z,out} - Q_{r,out}) \Delta t \quad (1)$$

onde ΔV é a variação do volume do disco de controle, que coincide com o termo de acúmulo d'água; $Q_{z,in}$ é a vazão que entra e $Q_{z,out}$ a que sai devido ao fluxo vertical; $Q_{r,out}$ representa a vazão que sai devido à drenagem radial, promovida pelos drenos no contorno, na direção externa; Δt é um intervalo de tempo infinitamente pequeno.

A partir da Equação 1 obtém-se a seguinte equação diferencial (Indraratna et al., 2008):

$$m_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \frac{k'_h}{\gamma_w} \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \quad (2)$$

onde:

- $u(r,z,t)$ = excesso de poropressão;
- $\bar{u}(z,t)$ = valor médio do excesso de poropressão dentro da seção horizontal;
- m_v = é a compressibilidade do solo;
- γ_w = é o peso específico da água;
- k_v = é a condutividade hidráulica vertical;
- k'_h = é a condutividade hidráulica horizontal equivalente.

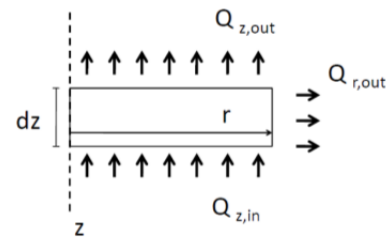


Figura 2. Fluxo radial e vertical através do volume de controle com forma de disco (simetria radial).

A integração da Equação 2 resulta, sob a hipótese de deformações verticais iguais¹ (*equal strain*), na seguinte expressão (Ye et al., 2012):

$$\bar{u} = \bar{u}_0 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H_d}\right) e^{-\beta t} \quad (3)$$

Em que:

$$M = \frac{\pi}{2}(2i+1)$$

$$\beta = \left(M^2 \frac{k_v}{H_d^2} + 32 \frac{k'_h}{D^2} \right) \frac{1}{\gamma_w m_v}$$

A Equação 3 é o produto entre a solução de Terzaghi e a parcela devido ao adensamento radial, conforme separação demonstrada por Carrillo (1942).

De acordo com Zhang et al. (2006), igualando-se apenas o primeiro termo da série da Equação 3 com a solução de Terzaghi, o problema da consolidação com drenos verticais pode ser reconduzido a uma análise unidimensional.

Desta forma, adota-se a seguinte condutividade hidráulica vertical fictícia:

$$k'_v = \left(1 + \frac{128 H_d^2 k'_h}{\pi^2 D^2 k_v} \right) k_v \quad (4.a)$$


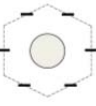
$$\frac{k'_h}{k_h} = \frac{\mu^2}{4F} \quad (4.b)$$

$$F = \ln \frac{d_e}{d_w} - 0.75 + \left[\frac{k_h}{k_s} - 1 \right] \ln \frac{d_s}{d_w} \quad (4.c)$$

¹ Sob esta hipótese, ao longo do processo de adensamento, as seções horizontais permanecem horizontais.

A Tabela 1 e a Figura 3, a seguir apresentadas, esclarecem o significado dos termos. A drenagem dentro da célula unitária do CPR Grouting é radial externa, pois os drenos ficam em seu contorno. No entanto, a solução de Hansbo (1981), considera um fluxo radial interno, pois o dreno fica, neste caso, no centro da célula unitária.

Tabela 1. Diâmetros equivalentes e razão entre diâmetros, μ , dependendo da malha utilizada. S = espaçamento entre drenos, d_e = diâmetro de influência do geodreno, D = diâmetro equivalente da célula unitária do CPR Grouting.

Tipo de malha	Célula unitária	d_e	D	$\mu = D/d_e$
Quadrada		1,303 S	2,257 S	1,732
Triangular		1,286 S	2,1 S	1,633

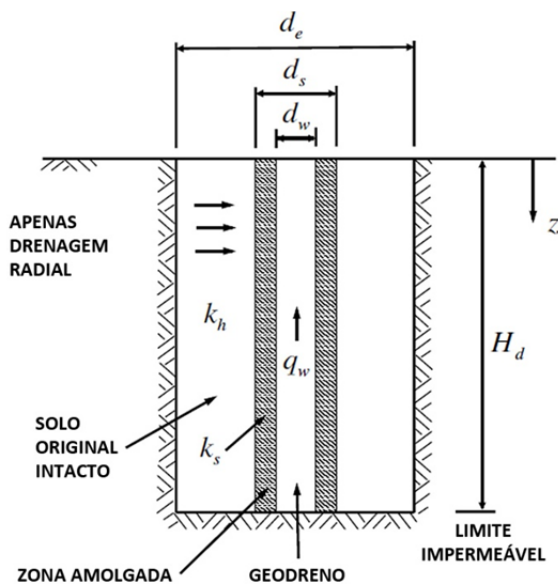


Figura 3. Representação esquemática de uma célula unitária de geodreno com a resistência de drenagem devido ao amolgamento do solo (*smear zone*). Adaptado de Rixner et al. (1986)

3 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA ESTIMAR A COMPRESSIBILIDADE EQUIVALENTE

A compressibilidade equivalente do solo homogeneizado, pós CPR Grouting, não é a mesma do solo natural virgem. Isto se deve a

dois motivos. O primeiro é que o adensamento induzido pelo processo sequencial de expansão de cavidades promove um grande ganho de rigidez, que se quantifica pelo aumento da tensão média efetiva. O segundo motivo é que o conjunto dos bulbos de compressão, feitos via expansão de cavidades, com o solo comprimido, confinado e adensado, comporta-se como um meio homogêneo, em que a fase bulbos é o reforço e a fase solo é a matriz. Numa microescala o solo enrijecido com CPR Grouting é heterogêneo, entretanto, numa macroescala torna-se similar a um meio homogêneo, desde que a distribuição espacial do reforço (bulbos) seja de acordo com a Figura 4.

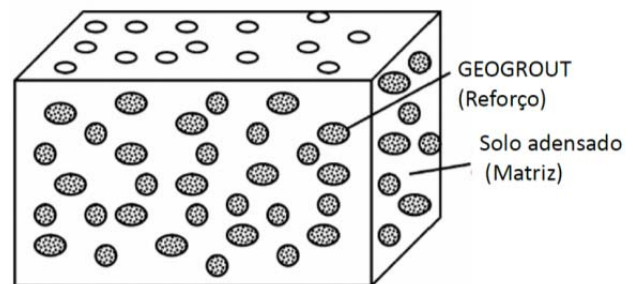


Figura 4. Modelo de solo homogêneo. As inclusões rígidas (bulbos de geogROUT) funcionam como reforço disperso dentro da matriz (solo mole comprimido, confinado e adensado). Na macroescala o conjunto pode ser considerado homogêneo. Adaptado de Wang et al. (2002).

3.1 Tensões pós-CPR Grouting

Devido à complexidade do problema a ser estudado, algumas simplificações tornam-se necessárias para se desenvolver a solução analítica, capaz de prever o estado de tensões do solo pós CPR Grouting. Por este motivo, introduzem-se as seguintes hipóteses:

1. A célula unitária do CPR Grouting é idealizada como um cilindro equivalente de diâmetro D, em cujo interno possui uma cavidade de raio a;
2. Axissimetria, considerando σ_r , σ_θ e σ_z tensões principais e poropressão em excesso completamente dissipada;
3. Os coeficientes de empuxo radial ($K_r = \sigma_r/\sigma_z$) e tangencial ($K_\theta = \sigma_\theta/\sigma_z$) são constantes dentro da célula unitária. Conseqüentemente, a razão entre tensão

média (isotrópica) e tensão desviadora é constante, isto é, $\eta = p'/q = \text{const.}$;

4. O índice de vazios médio após o enrijecimento pode ser estimado pela expressão (Cirone, 2016):

$$\bar{e} = (1 - \lambda_c R_s)(1 + e_0) - 1$$

5. A tensão efetiva vertical média não varia muito após o enrijecimento: $\bar{\sigma}'_z \approx \sigma'_{z0}$;
6. O valor médio da grandeza x , dentro da célula unitária, é dado pela expressão:

$$\bar{x} = \frac{1}{\pi(D^2/4 - a^2)} \int_a^{D/2} 2\pi x(r) dr$$

Com as hipóteses 2 e 3, o equilíbrio pode ser reescrito como:

$$K_r \frac{\partial \sigma'_z}{\partial r} + \sigma'_z \frac{K_r - K_\theta}{r} = 0 \quad (5)$$

cujas integração resulta na expressão:

$$\sigma'_z(r, z) = \frac{A_z}{r^\alpha} \quad (6)$$

Onde são introduzidos o expoente $\alpha = 1 - K_\theta/K_r$, e a constante de integração A_z . Com as hipóteses 5 e 6, o valor médio da tensão efetiva vertical, dentro da célula unitária, vale:

$$\bar{\sigma}'_z = \frac{A_z}{\pi(D^2/4 - a^2)} \int_a^{D/2} 2\pi r^{1-\alpha} dr$$

que transforma-se, imediatamente, na equação:

$$A_z = \sigma'_{z0} \frac{2 - \alpha}{2} \frac{D^2/4 - a^2}{(D/2)^{2-\alpha} - a^{2-\alpha}} \quad (7)$$

A tensão vertical efetiva pode ser obtida encontrando-se o valor do parâmetro α , o qual pode assumir somente valores contidos no intervalo $[0, 1 - K_a]$, onde K_a representa o coeficiente de empuxo ativo.

Com o modelo Cam Clay Modificado

(Wood, 1990) as linhas de compressão virgem coincidem com o feixe de retas paralelas:

$$e = e_\lambda - \lambda \ln p' \quad (8)$$

onde:

$$p' = \sigma'_z \frac{1 + K_r + K_\theta}{3} \quad (9)$$

$$e_\lambda = N - 1 - (\lambda - \kappa) \ln \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \quad (10)$$

Pela hipótese 3, e_λ é constante dentro da célula unitária. A Equação 8 relaciona o índice de vazios com o estado de tensões. Portanto, considerando seu valor médio, de acordo com as hipóteses 4 e 6, obtém-se:

$$\bar{e} = \frac{1}{\pi(D^2/4 - a^2)} \int_a^{D/2} 2\pi e(r) dr \quad (11)$$

onde:

$$e(r) = e_\lambda - \lambda \ln \left[\frac{A_z}{r^\alpha} \frac{1 + K_r + K_\theta}{3} \right] \quad (12)$$

A integração da Eq. 11 permite conhecer o estado de tensões, por um dado um valor de α :

$$\bar{e} = e_\lambda - \lambda \ln \left[A_z \frac{1 + K_r + K_\theta}{3} \right] + \frac{\alpha \lambda}{2(D^2/4 - a^2)} \cdot [D^2(2 \ln D - 2 \ln 2 - 1)/4 - a^2(2 \ln a - 1)] \quad (13)$$

Nas Figuras 5, 6 e 7 é apresentado o desenvolvimento das tensões efetivas após o enrijecimento da argila, cujos parâmetros do modelo constitutivo estão resumidos na Tabela 2. Considera-se uma razão de substituição de 11% e uma tensão efetiva vertical igual a 20kPa.

Tabela 2. Parâmetros do Cam Clay Modificado para argila mole da zona industrial de Santa Cruz. (Campos, 2007)

λ	κ	Λ	Γ	N	ϕ'	M	v'
0,825	0,096	0,884	7,28	7,79	26,3°	1,04	0,3

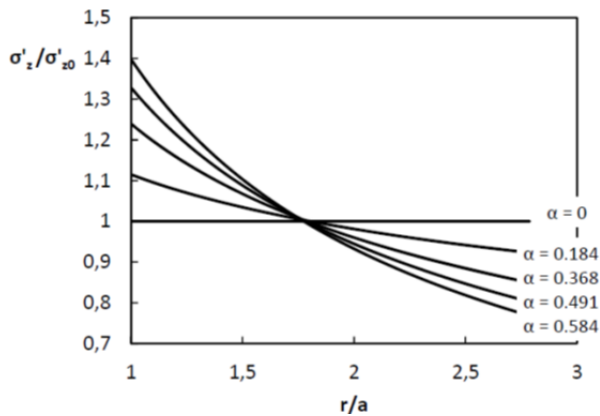


Figura 5. Desenvolvimento da tensão vertical efetiva dentro da célula unitária variando-se o valor do parâmetro α .

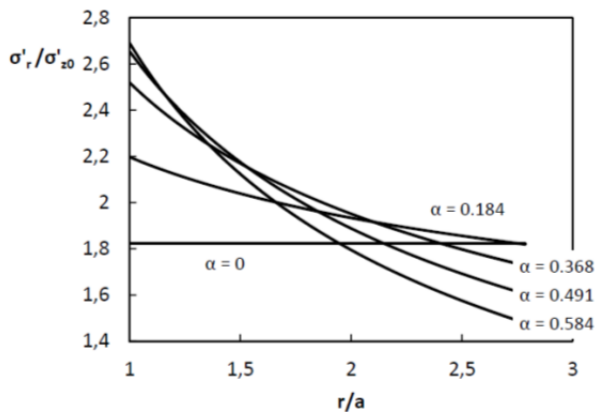


Figura 6. Desenvolvimento da tensão radial efetiva dentro da célula unitária variando-se o valor do parâmetro α .

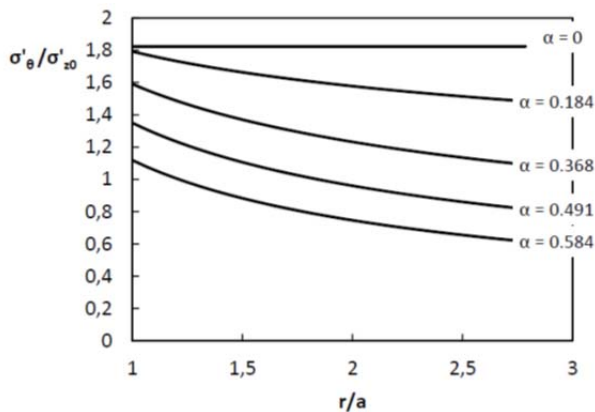


Figura 7. Desenvolvimento da tensão tangencial efetiva dentro da célula unitária variando-se o valor do parâmetro α .

Os resultados apresentados nas Figuras 5, 6 e 7 mostram que as tensões atingem o valor máximo na parede da cavidade, enquanto apresentam-se mínimas no contorno da célula unitária. Quando $\alpha = 0$, os coeficientes de empuxo são iguais, as tensões possuem andamento constante e a tensão média efetiva

atinge seu valor máximo.

3.2 Homogeneização do módulo de rigidez

Além da consolidação do solo mole, o CPR Grouting promove a criação de um solo homogêneo reforçado por *inclusões rígidas descontínuas*. Para entender melhor este último conceito é importante considerar que:

1. Não há uniformidade na geometria dos bulbos – sua forma não é esférica. Apesar de serem expandidos sequencialmente, de baixo para cima, ao longo de uma vertical, os bulbos ficam desalinhados ou desaprumados e, em geral, sem contato.
2. Após a pega, o geogROUT, dos bulbos de expansão, possui resistência e rigidez muito superiores ao solo envolvente. Conseqüentemente, pode-se considerá-lo um reforço rígido, ou seja, praticamente indeformável.

Com estas considerações, torna-se evidente que o solo enrijecido passe a se comportar como homogêneo, composto por dois materiais distintos: a matriz (solo mole comprimido, confinado e adensado) e o reforço (meio expansor confinante a base de geogROUT), que não possui uma geometria definida. Por conseguinte, para se estimar a capacidade de carga ou o recalque desenvolvido em um solo, devido à construção de um aterro, a utilização de modelo com colunas, que transferem cargas, não é adequada. Na verdade, dever-se-á sempre utilizar parâmetros geotécnicos referentes ao conjunto matriz + reforço, utilizando-se modelos de homogeneização baseados no conceito das *inclusões rígidas descontínuas*.

Neste estudo utilizou-se o modelo de Paul, *apud* Jones (1975), que considera um material reforçado por inclusões cúbicas dispersas. Assim, para reforço infinitamente rígido, a expressão do módulo equivalente torna-se:

$$E = E_s \frac{1}{1 - R_s^{1/3}} \quad (14)$$

Onde E é o módulo elástico do solo homogeneizado, E_s é o módulo elástico da matriz e R_s é a razão de substituição do reforço, definida de acordo com Cirone (2016).

Supondo que a razão entre módulo do material

enrijecido e sua matriz pouco variam para todas as constantes elásticas, ou seja:

$$\frac{E}{E_s} \approx \frac{G}{G_s} \approx \frac{K}{K_s} \quad (15)$$

então, a compressibilidade do solo homogeneizado, m_v , pode ser calculada de forma similar ao módulo de elasticidade, de acordo com a Equação 14:

$$m_v = m_{vs} (1 - R_s)^{1/3} \quad (16)$$

3.3 Compressibilidade equivalente

A compressibilidade equivalente do solo enrijecido, considerando-se o efeito do aumento da tensão média efetiva, a presença das inclusões rígidas e a eventual perturbação do solo, pode ser estimada através da seguinte formulação empírica:

$$m'_v = m_{v0} \frac{1}{\chi} \left(\frac{p'_0}{p'} \right)^n (1 - R_s)^{1/3} \quad (17)$$

onde m'_v representa a compressibilidade do solo homogeneizado, χ um parâmetro de desestruturação, m_{v0} a compressibilidade do solo natural virgem antes do enrijecimento, p' a tensão média efetiva pós CPR Grouting (estimada conforme item 3.1), enquanto p'_0 é a mesma pré CPR Grouting.

Embora a rigidez aumente com a tensão média efetiva, a relação entre ambas não é obrigatoriamente linear. Ao contrário, parece mais razoável que a lei deve ser não-linear. Por esta razão, o expoente n assume valores no intervalo 0,5-1, dependendo do tipo de material e do OCR. O parâmetro χ depende da sensibilidade do solo perturbado. De acordo com Terzaghi e Peck (1948), para argilas não sensitivas, este parâmetro pode ser tomado igual a 1,3.

Um estudo completo sobre a sensibilidade do índice de compressão ao amolgamento de argilas moles brasileiras é apresentado por Silva (2013), o qual relaciona o parâmetro χ com a umidade do solo:

$$\chi = \frac{0.0115w + 0.8}{0.0089w - 0.307} \quad (18)$$

4 ADENSAMENTO DO SOLO TRATADO

De acordo com sua definição, o coeficiente de adensamento do solo tratado com CPR Grouting pode ser calculado combinando-se a condutividade hidráulica vertical fictícia (Eq. 4.a) e a compressibilidade equivalente (Eq. 17), obtendo-se:

$$c'_v = \frac{k'_v}{\gamma_w m'_v} \quad (19)$$

Consequentemente, o recalque devido ao adensamento pode ser estimado pela teoria da elasticidade, através de análise numérica com elementos finitos, ou simplesmente como:

$$\rho = m'_v H \Delta\sigma \quad (20)$$

onde ρ é o recalque, m'_v é a compressibilidade do solo homogeneizado, H é sua espessura e $\Delta\sigma$ é o incremento de carga.

Desta maneira, o adensamento e a evolução dos recalques, com o tempo, ficam totalmente resolvidos.

5 VALIDAÇÃO E CALIBRAÇÃO

5.1 Descrição do aterro teste realizado na obra da construtora João Fortes, situada no Recreio dos Bandeirantes, Rio de Janeiro / RJ

Construiu-se um aterro teste, sobre depósito de solo mole enrijecido com CPR Grouting, de modo a se analisar o desenvolvimento de possíveis recalques.

Para a sobrecarga, lançou-se 270 m³ de solo arenoso, em apenas uma etapa, tornando-o com 2 m de altura. A base do aterro ficou com uma área de 144 m² (12 m x 12 m) e uma inclinação 1:1.

Os geodrenos foram cravados a 8 m de profundidade, atravessando toda a profundidade do depósito. No dia 03/09/2014, foi executado o enrijecimento do solo, com as verticais de bulbos de compressão do solo, via expansão de

cavidades, com geogROUT, até 8 m de profundidade, em malha triangular, com espaçamento de 3,0 m x 3,0 m. Previamente, cravaram-se geodrenos, em malha triangular com espaçamento de 1,5 m x 1,5 m. A instalação dos instrumentos, neste aterro, foi iniciada no dia 08/09/2014 com a instalação das placas de recalque.

5.2 Modelo geotécnico

Para estimar o recalque por meio de análise numérica, considerou-se os parâmetros geotécnicos obtidos de ensaios de adensamento e pressiométricos. O perfil geotécnico adotado encontra-se na Figura 8. A rigidez adotada para o silte orgânico foi reduzida a $G=70$ kPa, pois o ensaio pressiométrico não foi executado no meio da camada. O coeficiente de Poisson foi considerado igual a 0,35. O modelo constitutivo adotado foi elasto-plástico, com critério de ruptura de Mohr-Coulomb. Para simplificar a análise, considerou-se circular a geometria do aterro teste, de modo a conduzir o problema para condições axissimétricas.

Para calcular a condutividade hidráulica vertical equivalente, as seguintes condições foram consideradas:

- o solo enrijecido ficou totalmente amolgado;
- o solo amolgado tem uma condutividade igual a 1/10 a do solo original;

Nestas condições, a condutividade hidráulica vertical equivalente resulta igual a $k'_v = 2.19 k_v$.

Considerando-se o incremento da tensão média efetiva, $p'/p'_0=1,74$, calculado conforme item 3.1, a aplicação da Equação (17) resultou no incremento da rigidez igual a:

$$G' = G_0 \chi \left(\frac{p'}{p'_0} \right)^n \frac{1}{1 - R_s^{1/3}} = 3,39 G_0$$

Considerou-se $\chi=1$, $n=1$ e $R_s=11,55\%$. Na Figura 9 o resultado da análise numérica está comparado com as leituras de placa de recalque.

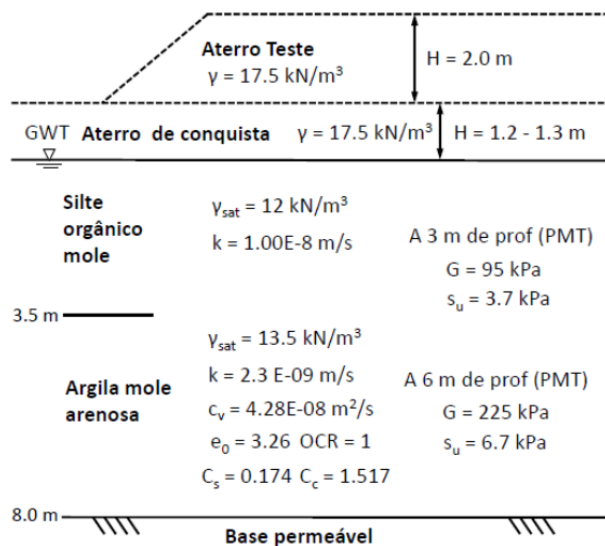


Figura 8. Modelo geotécnico adotado na análise de recalque.

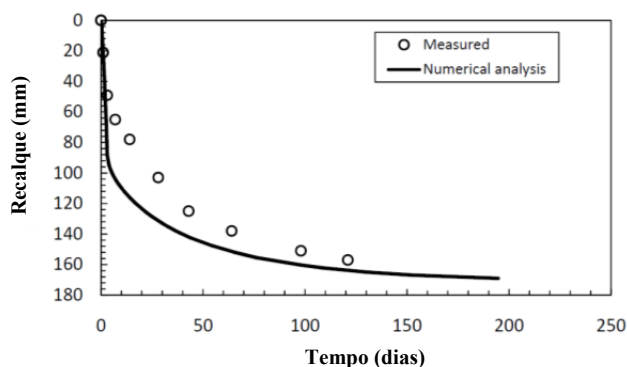


Figura 9. Comparação entre resultado numérico (linha contínua) e leituras de placa de recalque (pontos).

6 CONCLUSÕES

O método proposto utiliza o conceito de solo homogêneo equivalente para simplificar o cálculo do recalque de aterros sobre solos moles enrijecidos com CPR Grouting.

Desconsiderando o efeito da resistência hidráulica dos geodrenos, demonstra-se que a solução do adensamento radial, para a condição de deformações verticais iguais, é formalmente igual à de Terzaghi, podendo assim obter uma condutividade hidráulica vertical equivalente igualando somente o primeiro termo das soluções em série. Desta forma, o problema do fluxo é reconduzido a uma análise unidimensional, utilizando a permeabilidade equivalente.

Similarmente, calcula-se a compressibilidade equivalente do solo enrijecido, considerando-se o efeito do aumento da tensão média efetiva, a

presença das inclusões rígidas e a eventual perturbação do solo. Isto é possível observando que o conjunto solo+bulbos comporta-se como um meio homogêneo, em que a fase bulbos é o reforço e a fase solo a matriz. O modelo de Paul foi utilizado por considerar as inclusões cúbicas dispersas.

O coeficiente de adensamento é deduzido, de acordo com sua definição, apenas com valores equivalentes da condutividade hidráulica e da compressibilidade. Torna-se possível, portanto, construir uma curva teórica de recalque, utilizando-se a teoria de adensamento de Terzaghi.

Para validar o modelo proposto, utilizou-se análise numérica aplicada a aterro teste. Foi evidente que o recalque elástico (imediate) resulta superestimado, ao mesmo tempo em que subestima o relativo ao adensamento. Este fato deve-se ao modelo constitutivo elastoplástico utilizado. O emprego de modelos mais complexos está em estudo.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece o Prof. Eurípides Vargas e Prof.^a Raquel Velloso pelo apoio constante oferecido durante toda a pesquisa, assim como o pessoal da Engegraut, pela ajuda em fornecer os dados necessários para a validação do modelo.

REFERÊNCIAS

- Barron, R. A. (1948). Consolidation of fine-grained soils by drain wells. *Transactions of the ASCE*, 113:718–742.
- Campos, A. C. S. L. (2007). *Características de compressibilidade de uma argila mole da zona industrial de Santa Cruz*. Dissertação de Mestrado, PUC Rio, Rio de Janeiro.
- Carrillo, N. (1942). Simple two - and three-dimensional cases in the theory of consolidation of soils. *Journal of Mathematical Physics*, 21:11–18.
- Cirone, A. (2016) Cálculo simples do aumento da resistência não drenada para solos enrijecidos com CPR Grouting, *COBRAMSEG 2016*, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil
- El-Kelesh, A. M., Mossaad, M. E., and Basha, I. M. (2001). Model of compaction grouting. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 127(11):955–964.

- Mello, M. A. (2013). A consolidação profunda radial aplicada em solo compressível na Lagoa Rodrigo de Freitas/RJ. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro.
- Hansbo, S. (1981). Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains. *Proc. 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, 3:677–682.
- Indraratna, B., Aljorany, A., and Rujikiatkamjorn, C. (2008). Analytical and numerical modeling of consolidation by vertical drain beneath a circular embankment. *Int. J. of Geomech.*, 8(3):199–206.
- Jones, R. (1975). *Mechanics of Composite Materials*. International student edition. Scripta Book Company.
- Priebe, H. J. (1995). The design of vibro replacement. *Ground engineering*, 28(10):31.
- Rixner, J. J., Kraemer, S. R., and Smith, A. D. (1986). *Prefabricated Vertical Drains*. Vol. I, Engineering Guidelines. Federal Highway Administration, Washington, D.C.
- Silva, D. M. da (2013). *Estimativa do índice de compressão de argilas moles da costa brasileira a partir de ensaios de caracterização*, Dissertação de mestrado, Programa de Engenharia Civil, UFRJ/COPPE, 172 p.
- Terzaghi, K. and Peck, R. B. (1948) *Soil Mechanics in Engineering Practice*, 1st Edition, John Wiley and Sons, New York
- Wang, J. G., Leung, C. F., & Ichikawa, Y. (2002). A simplified homogenization method for composite soils. *Computers and Geotechnics*, 29(6), 477-500.
- Wood, D. M. (1990) *Soil behaviour and critical state soil mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press
- Ye, G., Zhang, Z., Xing, H., Huang, M., and Xu, C. (2012). Consolidation of a composite foundation with soil-cement columns and prefabricated vertical drains. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 71(1):87–98.
- Zhang, D., Liu, S., and Hong, Z. (2006). Consolidation calculating method of soft ground improved by DJM-PVD combined method. *Ground Modification and Seismic Mitigation*, pages 29–36.